

河北省 2024 年普通高校专升本考试

数二试卷

(考试时间: 60 分钟 总分: 100 分)

说明: 请将答案填写在答题卡的相应位置上, 未在对应的答题区域内或超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试卷上答题无效。

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题卡的相应位置上)

1. 函数 $y = \sqrt{4-x^2} + \ln(x-1)$ 的定义域是 ()。

- A. $(1, 2)$ B. $(1, 2]$
C. $[1, 2)$ D. $[1, 2]$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - x}{x} = ()$

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

3. 设 $f(x) = e^{2x}$, 则 $f'''(x) = ()$

- A. e^{2x} B. $2e^{2x}$
C. $4e^{2x}$ D. $8e^{2x}$

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x), & x < 1 \\ 0, & x = 1 \\ e^{x-1} - 1, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ ()

- A. 连续 B. 仅左连续
C. 仅右连续 D. 左右都不连续

5. 设由参数方程 $\begin{cases} x = 2t + \cos t \\ y = 2t + \sin t \end{cases}$ 所确定的函数为 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} = ()$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$
C. 2 D. 3

6. 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+4x^2} dx = ()$

- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

7. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$ 的收敛域是 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 1]$
C. $[-1, 1]$ D. $[-1, 1)$

8. 二元函数 $z = \frac{x-y}{2x+y}$ 的全微分 $dz = ()$

- A. $\frac{3y}{(2x+y)^2} dx - \frac{3x}{(2x+y)^2} dy$ B. $-\frac{3y}{(2x+y)^2} dx + \frac{3x}{(2x+y)^2} dy$
C. $\frac{3x}{(2x+y)^2} dx - \frac{3y}{(2x+y)^2} dy$ D. $-\frac{3x}{(2x+y)^2} dx + \frac{3y}{(2x+y)^2} dy$

9. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\sin 2x$, 则不定积分 $\int f'(x) dx = ()$

- A. $\sin 2x + C$ B. $\cos 2x + C$
C. $2 \cos 2x + C$ D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$

10. 已知三阶行列式 $D = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$, 设 A_{1j} 是元素 $a_{1j} (j=1, 2, 3)$ 的代数余子式, 则

$$A_{11} + A_{12} + A_{13} = ()$$

- A. 5
C. 19
- B. 7
D. 21

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。将答案填写在答题卡的相应位置上）

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{1 - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 曲线 $y = x \ln x$ 在点 (e, e) 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

13. 某环保材料厂生产一批日用品的固定成本是 2000 元，生产 x 件产品的可变成本是 $0.01x^3 - 6x^2 + 1500x$ （元），则总成本在 $x = 100$ 时的边际成本为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

14. 若交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{2p-1}}$ 绝对收敛，则 p 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 当 $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = a \end{cases}$ 有解.

三、计算题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分。将解答的过程、步骤和答案填写在答题卡的相应位置上）

16. 求由曲线 $y = 2x^2 (x \geq 0)$ 、直线 $x + y - 3 = 0$ 及 x 轴所围成的封闭平面图形的面积.

17. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $z^3 + 2yz + 2xy^3 - 1 = 0$ 所确定的隐函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ y=0}}.$

18. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2} \cos x$ 的通解.

19. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, 求解矩阵方程 $AX = B$.

四、应用题（本题 10 分，将解答的过程、步骤和答案填写在答题卡的相应位置上）

20. 已知某地有相距 24km 的 A 、 B 两家化工厂，为防控两化工厂对当地环境造成的污染，环保部门需在 A 、 B 连线上不同区段设置监测点以监测污染状况. 相关数据表明，监测点所受污染指数与它到化工厂的距离成反比，且 A 、 B 两厂污染指数的比例系数分别为 k 和 $4k$ ($k > 0$)，监测点所受污染指数 y 等于两化工厂对该处的污染指数之和. 设某监测点 C 在线段 AB 上，且距 A 化工厂 $x\text{ km}$ ，问 x 为多少时，监测点 C 所受污染指数 y 最小？