

河北省 2023 年普通高校专升本考试

高等数学 (二) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题卡的相应位置上, 填涂在其他位置上无效)

1. 以下函数在定义域上是偶函数的为 ()

- A. $y = x \sin x$ B. $y = x \cos x$
C. $y = xe^x$ D. $y = x \ln x$

2. 设函数 $f(x) = \sin x^2$, 则 $f'(0)$ 的值是 ()

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

3. 函数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$ 的单调递减区间是 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-1, 2)$ D. $(-2, 1)$

4. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $AB =$ ()

- A. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

5. 设函数 $f(x) = \int_1^x \sin(2t+1)dt$, 则 $f'(x) =$ ()

- A. $\sin(2x+1)$ B. $\cos(2x+1)$
C. $2\sin(2x+1)$ D. $2\cos(2x+1)$

6. 设二元函数 $z = uv^2$, 其中 $u = t, v = e^t$, 则 $\frac{dz}{dt} =$ ()

- A. $2e^t(t+1)$ B. $e^t(2t+1)$
C. $e^{2t}(2t+1)$ D. $e^{2t}(t+1)$

7. 以下行列式等于零的是 ()

- A. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$ B. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$
C. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$ D. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+2x)$ 是 x 的 ()

- A. 高阶无穷小 B. 低阶无穷小
C. 等价无穷小 D. 同阶不等价无穷小

9. 正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{an+b}{2^n}$ ($a > 0, b > 0$) 的敛散性为 ()

- A. 收敛 B. 发散
C. 与 a 值有关 D. 与 b 值有关

10. 设 $a_1 = (0, 1, 1)^T, a_2 = (1, 1, 0)^T, a_3 = (1, 0, 1)^T, a_4 = (2, 1, 1)^T$, 下列说法正确的是 ()

- A. a_1, a_2, a_3 线性相关 B. a_2, a_3, a_4 线性相关
C. a_1, a_2, a_4 线性相关 D. a_1, a_3, a_4 线性相关

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。将答案填写在答题卡的相应位置上, 填写在其他位置上无效)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{3\sin x} =$ _____.

12. 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵是 _____.

13. 若 $F(x)$ 为函数 $f(x) = e^{2x}$ 的一个原函数, 且 $F(0) = 1$ 则 $F(x) =$ _____.

14. 若幂函数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a^n} x^n$ 的收敛半径 $R = 2$, 则正数 a 的值为_____.

15. 当 $\lambda =$ _____ 时, 齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解.

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分。将解答的过程、步骤和答案填写在答题卡的相应位置上, 写在其他位置上无效)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$.

17. 设二元函数 $z = e^{xy} \sin(x+2y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$, 并求 z 在 $(0,0)$ 处的全微分 $dz|_{(0,0)}$.

18. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = y^2 \cos x$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解.

19. 求定积分 $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$.

四、应用题 (本题 10 分, 将解答的过程、步骤和答案填写在答题卡的相应位置上, 写在其他位置上无效)

20. 某山村有耕地 100 亩, 常年种植某农作物, 每亩年收入 1500 元, 为增加农民收入, 欲从 100 亩耕地中选取 x 亩种植某改良品种, 其余耕地仍种植原农作物。已知改良品种每亩年收入函数为 $1498 - \frac{3200}{x^2} + \frac{4000}{x}$ (元), 问选取多少亩耕地种植改良品种, 全年总收入最大?

河北省 2022 年普通高校专升本考试

高等数学 (二) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上, 填涂在其他位置无效)

1. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - 3$, 则 $f[f(1)]$ 的值为 ()

- A. 0
B. -1
C. -2
D. -3

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x} = ()$

- A. $e^{\frac{3}{2}}$
B. $e^{\frac{2}{3}}$
C. e^3
D. e^6

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{ax}, & x > 0, \\ x+2, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 a 的值为 ()

- A. -1
B. 1
C. 2
D. $\frac{1}{2}$

4. 设 $y = \sin 2x \ln x$, 则 $dy = ()$

- A. $\left(2 \cos 2x \ln x + \frac{\sin 2x}{x}\right) dx$
B. $\frac{2 \cos 2x}{x} dx$
C. $\left(\cos 2x \ln x + \frac{\sin 2x}{x}\right) dx$
D. $\frac{\cos 2x}{x} dx$

5. 设曲线的参数方程为 $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = 2 \ln t \end{cases}$, 则该曲线在 $t=1$ 对应点处切线的斜率为 ()

- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2

6. 函数 $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$ 在闭区间 $[-3, 3]$ 上的最小值为 ()

- A. -6
B. -5
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{5}{3}$

7. 定积分 $\int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$ 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{3}$
B. $-\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

8. 下列级数中条件收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$
B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$
D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^n}$

9. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = 3x^2 y$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 2$ 的特解为 ()

- A. $y = C + e^{x^3}$
B. $y = Ce^{x^3}$
C. $y = 1 + e^{x^3}$
D. $y = 2e^{x^3}$

10. 三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 5 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ 的值等于 25, 则 $a = ()$

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其他位置无效)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-x}}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^2} x^n$ 的收敛半径是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

13. 由方程 $xy - z + xe^z = 0$ 所确定的隐函数 $z = f(x, y)$ 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{-\sin x}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $\left(A - \frac{1}{2}B\right)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分, 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其他位置上无效)

16. 求不定积分 $\int \cos \sqrt{x} dx.$

17. 设 $z = ue^v$, $u = x \sin y$, $v = 2x + y^3$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$

18. 求由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 、 $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = e$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积.

19. 关于 x_1 、 x_2 、 x_3 的三元一次方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = a \end{cases}$$

(1) 当 a 取何值时, 方程组无解.

(2) 当 a 取何值时, 方程组有无穷多解. 并求此时方程组的通解.

四、应用题 (本题 10 分, 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其他位置无效)

20. 已知某高新企业生产某产品的固定成本为 1000 万元, 生产 Q 件产品的可变成本为

$$\frac{1}{20}Q^2 + 50Q \text{ (万元)}.$$

(1) 求平均成本函数在 $Q = 100$ 时的边际函数值.

(2) 若市场需求函数 $Q = 1800 - 20P$ (P 为产品价格), 且产销平衡. 求产品价格 P 为多少时, 生产该产品的利润最大, 最大利润是多少?

河北省 2021 年普通高校专升本考试

高等数学 (二) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上, 填涂在其它位置上无效)

1. 函数 $y = \sqrt{1 - e^{2x}}$ 的定义域为 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 0]$
C. $(0, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{4x - \sin x} = ()$

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

3. 设 $f(x) = x \sin 2x$, 则 $f''(0) = ()$

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

4. 椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 在点 $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 处的切线斜率为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. -1
C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. 1

5. 曲线 $y = 6x^2 - \frac{1}{4}x^4$ 的凹区间为 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(-2, 2)$ D. $(-4, 4)$

6. 设 $f(x) = e^x$, 则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx = ()$

- A. $-\ln x + c$ B. $\ln x + c$
C. $-x + c$ D. $x + c$

7. 二元函数 $z = \ln\left(1 + \frac{x}{y}\right)$ 的全微分 $dz = ()$

- A. $-\frac{1}{x+y}dx - \frac{x}{xy+y^2}dy$ B. $\frac{1}{x+y}dx - \frac{x}{xy+y^2}dy$
C. $-\frac{1}{x+y}dx + \frac{x}{xy+y^2}dy$ D. $\frac{1}{x+y}dx + \frac{x}{xy+y^2}dy$

8. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = (2x+1)y^2$ 的通解为 ()

- A. $y = -\frac{1}{x^2 + x + c}$ B. $y = \frac{1}{x^2 + x + c}$
C. $y = -\frac{1}{x^2 + x} + c$ D. $y = \frac{1}{x^2 + x} + c$

9. 下列级数中发散的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{5^n}$

10. 三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ 的值是 ()

- A. $(b-a)(c-a)(c-b)$ B. $(a-b)(c-a)(c-b)$
C. abc D. $a^2b^2c^2$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。将答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其它位置无效)

11. 二元函数 $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 4x - 6y + 1$ 的极小值是_____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+2t)dt}{x^2} =$ _____.

13. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ a & 2 & 3a \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ 中元素 a_{13} 的代数余子式 = 4, 则 $a =$ _____.

14. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 0$ 的特解_____.

15. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}(x-1)^n$ 的收敛域为_____.

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分。将解答的过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其它位置上无效)

16. 求 $\int_0^1 xe^{-2x} dx$.

17. 求齐次方程组 $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系, 并用其表示方程组的通解.

18. 设 $z = \sin(u+v)$, $u = ye^x$, $v = x^2 + y$ 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

19. 求由曲线 $y = \cos x$, $y = \sin x$, 直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 及 y 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而成旋转体的体积.

四、应用题 (本题 10 分, 将解答的过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其它位置上无效)

20. 已知生产某产品的固定成本为 500 万元, 该产品的需求函数 $P = 89 - 2Q$ (万元) 边际利润函数为 $16Q - Q^2 - 11$ (万元/单位产品)。

(P 代表产品价格, Q 代表产品产量)

求: (1) 当 $Q = 15$ (单位产品) 时该产品的边际成本, 并解释其经济意义。

(2) 该产品的总成本函数。

河北省 2020 年普通高校专升本考试

高等数学 (二) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上)

1. 函数 $f(x) = \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域为 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 0]$
C. $(0, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{x^2} = ()$

- A. $-\frac{1}{8}$ B. $-\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{-\frac{x}{2}} = ()$

- A. e^{-2} B. $e^{-\frac{1}{2}}$
C. $e^{\frac{1}{2}}$ D. e^2

4. 设 $f(x) = x^2 \ln x$, $f''(1) = ()$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

5. 由方程 $y = \sin(x + 2y)$ 所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx} = ()$

- A. $\cos(x + 2y)$ B. $\frac{\cos(x + 2y)}{1 - 2\cos(x + 2y)}$
C. $\frac{\cos(x + 2y)}{1 + 2\cos(x + 2y)}$ D. $\frac{1}{1 - 2\cos(x + 2y)}$

6. 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ 的极大值为 ()

- A. -26 B. -6
C. 6 D. 26

7. 设 $f(x)$ 是 $2x$ 的一个原函数且 $f(0) = 1$, 则 $\int_0^1 f(x) dx = ()$

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

8. 以下说法正确的是 ()

- A. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续, 则 $f(x)$ 在 x_0 点处必有极限
B. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 点有极限, 则 $f(x)$ 在 x_0 点处必连续
C. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续, 则 $f(x)$ 在 x_0 点处不定有极限
D. 以上说法都不正确

9. 下列所给级数中发散的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n+1}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n 3}$

10. 三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值是 ()

- A. -3 B. -1
C. 1 D. 3

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将答案填写在答题纸相应位置上)

11. 函数 $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ 的拐点是_____.

12. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\sqrt{xy+9}-3}{xy} =$ _____.

13. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $(A^*)^T =$ _____.

14. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = e^{x-2y}$ 的通解为_____.

15. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n+1}} x^n$ 的收敛半径为_____.

三、计算题(本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分, 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上)

16. 求 $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx$.

17. 已知矩阵方程 $AX = B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 求 X .

18. 设 $z = u \ln v$, $u = xe^y$, $v = x^2 - 2y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

19. 求微分方程 $y' + 2xy = 4x$ 满足 $y|_{x=0} = 1$ 时的特解.

四、证明题(本题 10 分, 将解答的主要过程, 步骤和答案填写在答题纸的相应位置上)

20. 已知某产品的边际成本函数为 $4 + 0.25Q$ (万元/吨), 边际收入函数为 $54 - Q$ (万元/吨), 其中 Q 为产量.

求: (1) 产量 Q 由 10 吨增加到 30 吨时, 总成本增加了多少?

(2) 产量 Q 为多少时, 总利润最大?

河北省 2019 年普通高校专升本考试

高等数学 (二) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上, 写在其他位置上无效。)

1. 函数 $y = \ln(1-x^2) + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 的定义域为 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$
C. $(-1, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$
C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 1$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}} = ()$

- A. $e^{-\frac{1}{2}}$ B. $e^{\frac{1}{2}}$
C. e^{-2} D. e^2

4. 设 $f(x) = \ln(1+x^2)$, 则 $f''(0) = ()$

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

5. 由方程 $e^y - xy = e$ 所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx} = ()$

- A. $\frac{y}{e^y - x}$ B. $\frac{y}{e^y + x}$
C. $\frac{x}{e^y - x}$ D. $\frac{x}{e^y + x}$

6. 函数 $y = x - 2\sqrt{x} + 1$, 下列描述正确的是 ()

- A. y 在 $(0, 1)$ 内单调增加 B. y 在 $(1, +\infty)$ 内单调减少
C. y 在 $(0, +\infty)$ 内有极大值 $f(1) = 0$ D. y 在 $(0, +\infty)$ 内有极小值 $f(1) = 0$

7. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ 通解为 ()

- A. $y = e^x(x+c)$ B. $y = e^{-x}(x+c)$
C. $y = ce^{-x}$ D. $y = e^{-x}(-x+c)$

8. 二元函数 $z = e^{x^2+2y}$ 的全微分 $dz = ()$

- A. $(2xe^{x^2+2y} + 2e^{x^2+2y})dx dy$ B. $2e^{x^2+2y}dx + e^{x^2+2y}dy$
C. $2xe^{x^2+2y}dx + 2e^{x^2+2y}dy$ D. $2e^{x^2+2y}dx + 2e^{x^2+2y}dy$

9. 下列级数中收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{3}\right)^n$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{e}\right)^n$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n+1}$

10. 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩是 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将在答题纸相应题号的位置上作答, 写
在其他位置上无效。)

11. 参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^3} =$ _____.

13. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $A^T B =$ _____.

14. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$ 在 $y|_{x=1} = 1$ 时的特解为 _____.

15. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的和函数为 _____.

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分, 请在答题纸相应题号的位置上作答,
写在其他位置上无效。)

16. 求 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{1 - \sin^2 x} dx$.

17. 解线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 11x_4 = 12 \end{cases}$.

18. 设 $z = f(xy, y)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

19. 求曲线 $y = x^2 - 8$ 与直线 $2x + y + 8 = 0, y = -4$ 所围成图形的面积.

四、应用题 (本大题 10 分, 将解答的过程, 步骤和答案填写在答题纸的相应位置上, 写在其他
位置上无效。)

20. 已知某产品的需求函数和总成本函数分别为 $P = 1000 - 2x, C = 5000 + 20x$, 其中 x 为销
售量, P 为价格. 求边际利润函数, 并计算 $x = 240$ 时的边际利润值, 解释其经济意义.